

सरल रेखिक गति

गति की कहानी: अवलोकन से भविष्यवाणी तक



हमारा सफ़र: गति को समझने के तीन चरण

1

गति की भाषा

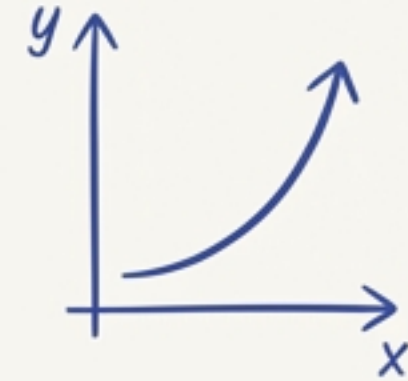
हम गति का सटीक वर्णन करने के लिए आवश्यक मूलभूत शब्दावली स्थापित करेंगे। (स्थिति, दूरी, विस्थापन, वेग, त्वरण)



2

गति का चित्रण

हम सीखेंगे कि कैसे ग्राफ़ केवल गणितीय उपकरण नहीं हैं, बल्कि गति की कहानी बताने के शक्तिशाली तरीके हैं।



3

गति की भविष्यवाणी

हम उन समीकरणों को उजागर करेंगे जो हमें वर्णन से आगे बढ़कर किसी वस्तु की भविष्य की स्थिति का अनुमान लगाने की शक्ति देते हैं।



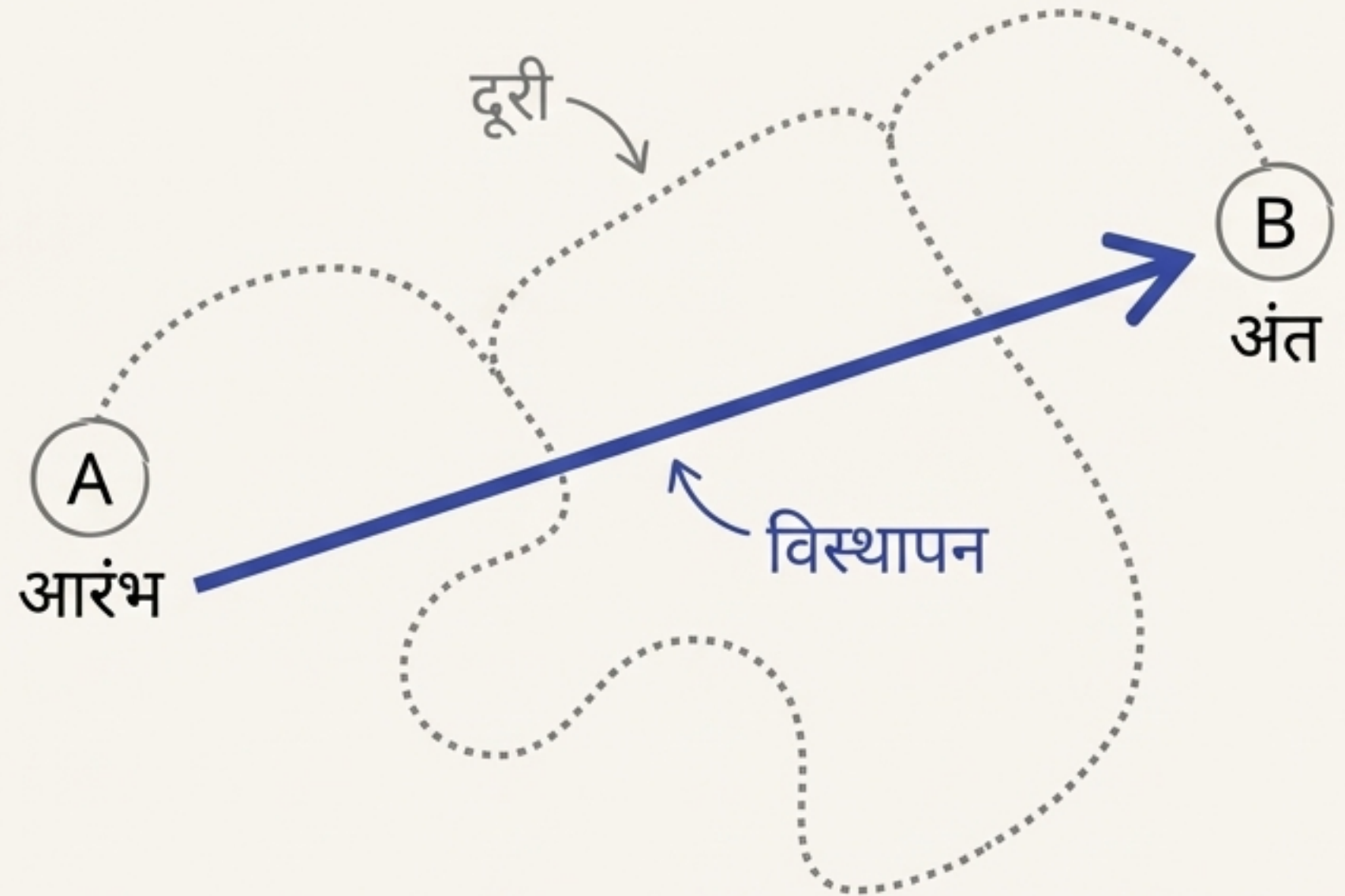
पहला कदम: एक वस्तु कहाँ है?

दूरी (Distance)

किसी वस्तु द्वारा तय किए गए पथ की कुल लंबाई। यह एक अदिश राशि है।

विस्थापन (Displacement)

वस्तु की आरंभिक और अंतिम स्थिति के बीच की न्यूनतम दूरी। इसकी एक निश्चित दिशा होती है, इसलिए यह एक सदिश राशि है।



विस्थापन मूलतः दो स्थितियों के बीच अल्पतम दूरी है, जिसकी एक निश्चित दिशा होती है। इस प्रकार विस्थापन एक सदिश राशि है जबकि दूरी अदिश राशि है।

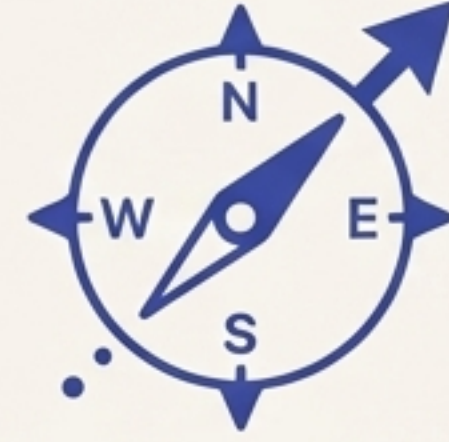
अगली परत: स्थिति कितनी तेज़ी से बदल रही है?



चाल (केवल परिमाण)

चाल (Speed)

समय के साथ दूरी में होने वाले परिवर्तन की दर।



वेग (परिमाण + दिशा)

वेग (Velocity)

वस्तु के विस्थापन की दर। यह गति की दिशा भी बताता है।

मुख्य सूत्र: औसत वेग

इसे विस्थापन-परिवर्तन की दर के रूप में परिभाषित किया गया है।

$$\bar{v} = \frac{\text{कुल विस्थापन}}{\text{कुल समय}} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

सर्वोच्च परत: वेग कैसे बदल रहा है?

त्वरण (Acceleration)

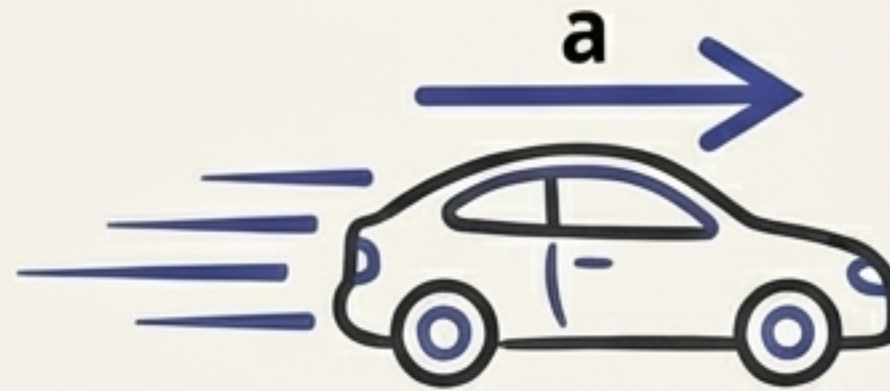
वेग के परिवर्तन की समय दर। यह एक सदिश राशि है (मात्रक: ms^{-2})।

जब त्वरण गति की दिशा में होता है, तो वेग बढ़ता है।

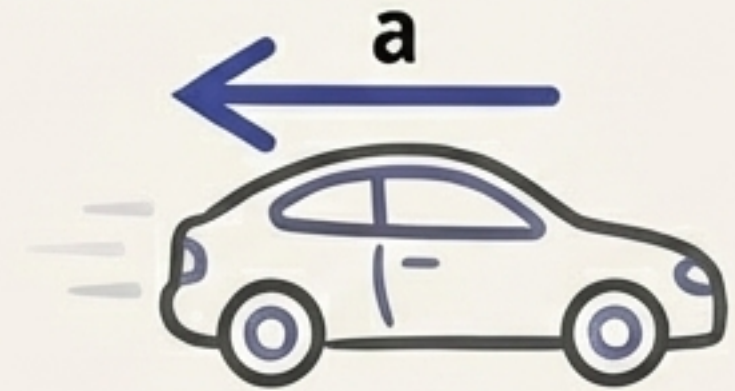
जब त्वरण गति की विपरीत दिशा में होता है, तो इसे मंदन (**Retardation**) कहते हैं और वेग घटता है।



एकसमान वेग ($a = 0$)



त्वरित ($a > 0$)

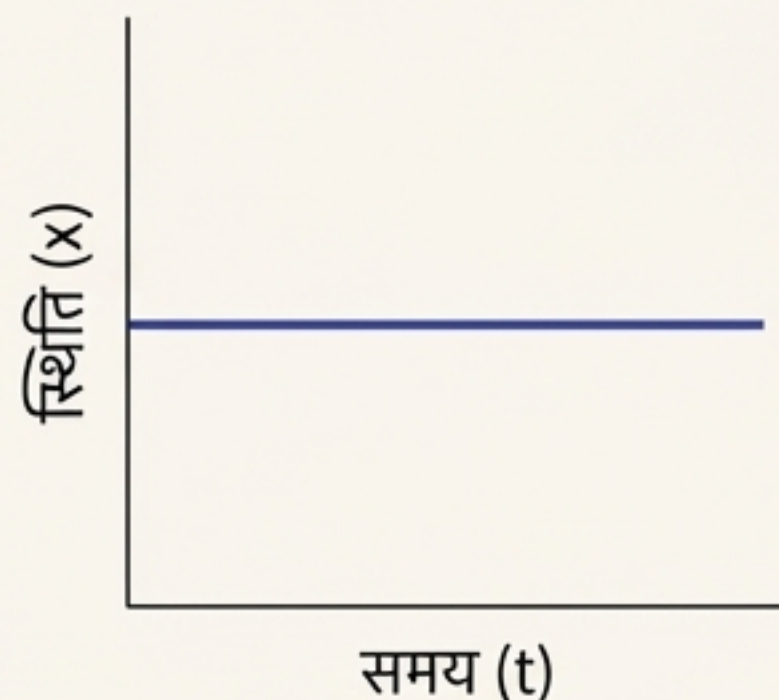


मंदित ($a < 0$)

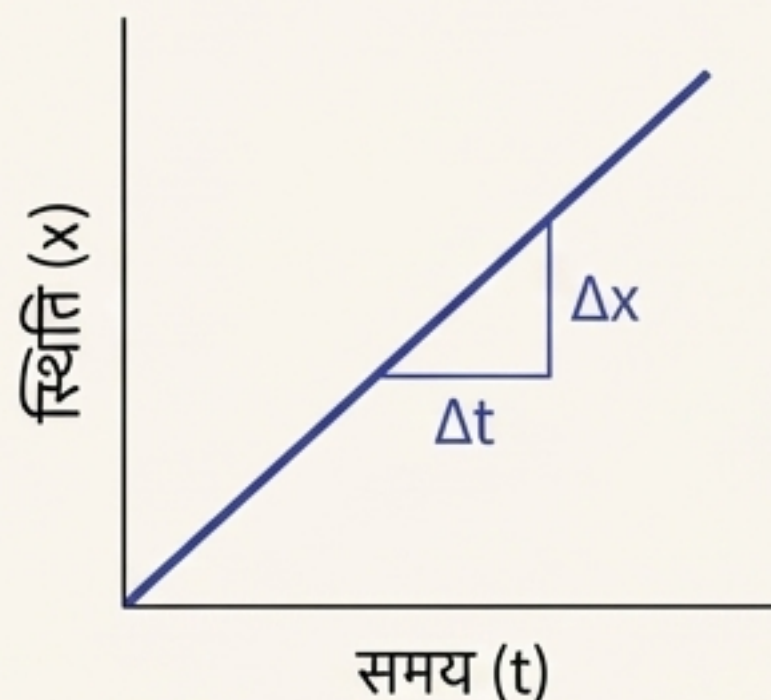
मुख्य सूत्र: औसत त्वरण $\bar{a} = \frac{\text{वेग में परिवर्तन}}{\text{समय}} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

गति की कहानी देखना: स्थिति-समय (x-t) ग्राफ़

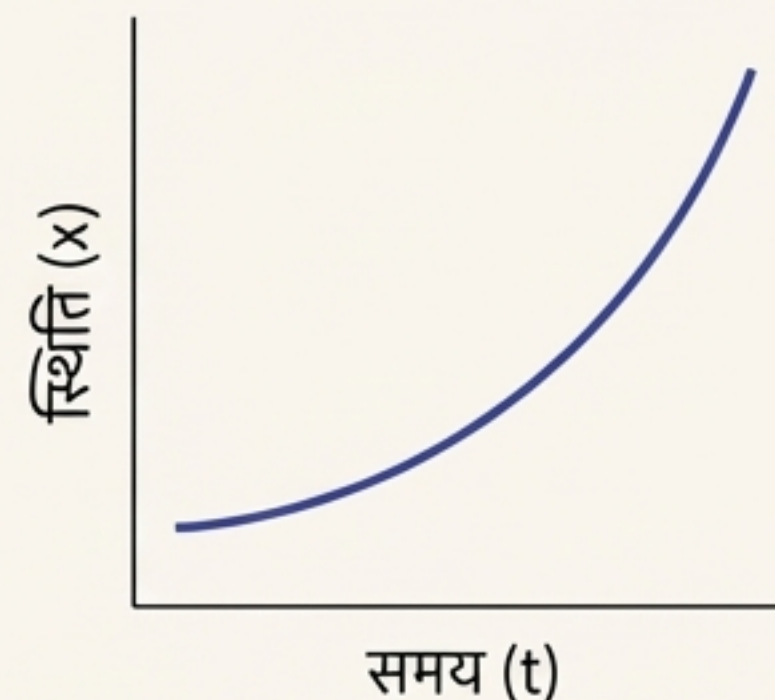
विराम अवस्था
(At Rest)



एकसमान गति
(Uniform Motion)



असमान (त्वरित) गति
(Accelerated Motion)

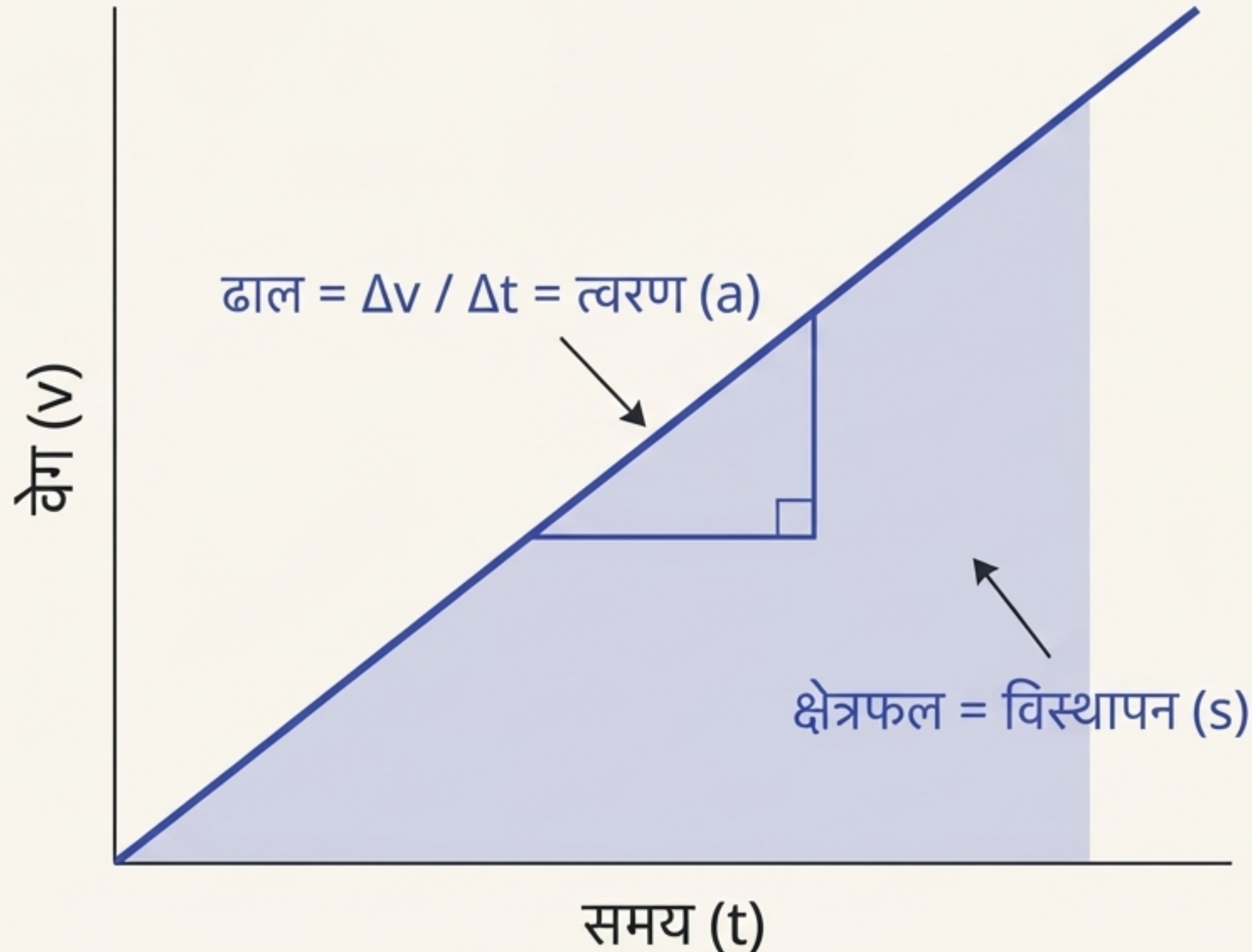


मुख्य अंतर्दृष्टि

स्थिति-समय ग्राफ़ का ढाल (Slope) वस्तु का वेग बताता है।

$$\text{ढाल} = \Delta x / \Delta t = \text{वेग (v)}$$

गहरी समझ: वेग-समय (v-t) ग्राफ़



दो शक्तिशाली अंतर्दृष्टि

ढाल त्वरण है

रेखा का ढाल वेग में परिवर्तन की दर को दर्शाता है।

क्षेत्रफल विस्थापन है

ग्राफ़ और समय-अक्ष के बीच का क्षेत्रफल उस समय-अंतराल में तय किए गए कुल विस्थापन के बराबर होता है।

भविष्यवाणी की शक्ति: एकसमान त्वरण के लिए गति के समीकरण

पहला समीकरण (वेग-समय संबंध)

$$v = v_0 + at$$

दूसरा समीकरण (स्थिति-समय संबंध)

$$x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$$

तीसरा समीकरण (वेग-स्थिति संबंध)

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

चर परिभाषाएँ

v_0 : प्रारंभिक वेग (t=0 पर)

v : अंतिम वेग (t पर)

a : स्थिर त्वरण

x_0 : प्रारंभिक स्थिति

x : अंतिम स्थिति

t : समय अंतराल

समीकरणों का व्यवहारिक उपयोग

उदाहरण 2.10

एक मोटर साइकिल सवार एक सीधी सड़क पर 4 m/s^2 के अचर त्वरण से जा रहा है। प्रारंभ में ($t=0$) वह मूल बिंदु से 5 मीटर की दूरी पर था और उसका वेग 3 m/s था।

1. $t = 2\text{s}$ पर उसकी स्थिति और वेग बताएं।
2. जब उसका वेग 5 m/s हो तो उसकी स्थिति बताएं।

दिया है (Given)

$$x_0 = 5\text{m}, \quad v_0 = 3 \text{ m/s}, \quad a = 4 \text{ m/s}^2$$

समाधान (1) - $t = 2\text{s}$ पर स्थिति और वेग

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \text{ और } v = v_0 + a t$$

$$x = 5 + 3(2) + \frac{1}{2}(4)(2)^2 = 5 + 6 + 8 = 19 \text{ m}$$

$$v = 3 + 4(2) = 11 \text{ m/s}$$

$$x = 19 \text{ m}, \quad v = 11 \text{ m/s}$$

समाधान (2) - $v = 5 \text{ m/s}$ पर स्थिति

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

$$(5)^2 = (3)^2 + 2(4)(x - 5)$$

$$25 = 9 + 8(x - 5)$$

$$16 = 8(x - 5)$$

$$2 = x - 5$$

$$x = 7 \text{ m}$$

एक सार्वभौमिक अनुप्रयोग: गुरुत्वाधीन गति

वायु प्रतिरोध की अनुपस्थिति में, सभी वस्तुएँ पृथ्वी की सतह पर एक समान त्वरण के साथ गिरती हैं। इस त्वरण को **गुरुत्वीय त्वरण ('g')** कहते हैं।

$$g \approx 9.8 \text{ m/s}^2 \text{ (पृथ्वी की सतह पर)}$$

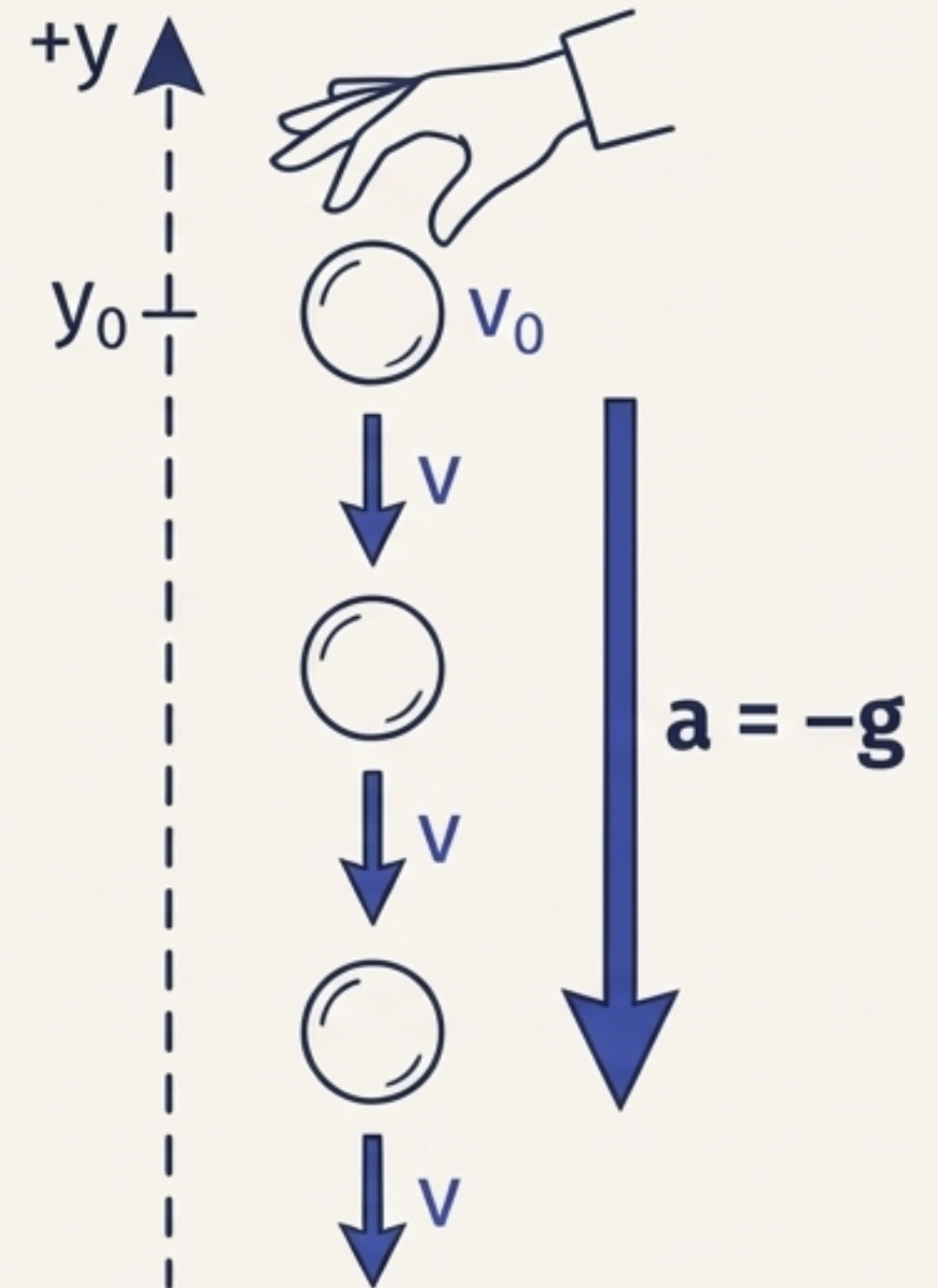
समीकरणों का अनुकूलन

गुरुत्वाधीन गति का विश्लेषण करने के लिए, हम गति के समीकरणों में त्वरण a को $-g$ से प्रतिस्थापित करते हैं (यदि ऊपर की दिशा को धनात्मक माना जाए)।

$$v = v_0 - gt$$

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$v^2 = v_0^2 - 2g(y - y_0)$$



एक कदम आगे: गति की भाषा के रूप में अवकलन

अवधारणा (Concept)

जब त्वरण स्थिर नहीं होता है, तो गति का वर्णन करने के लिए हमें और भी शक्तिशाली गणितीय उपकरण की आवश्यकता होती है: अवकलन (Calculus)। यह हमें किसी भी 'तात्क्षणिक' क्षण में परिवर्तन की दर को मापने की अनुमति देता है।

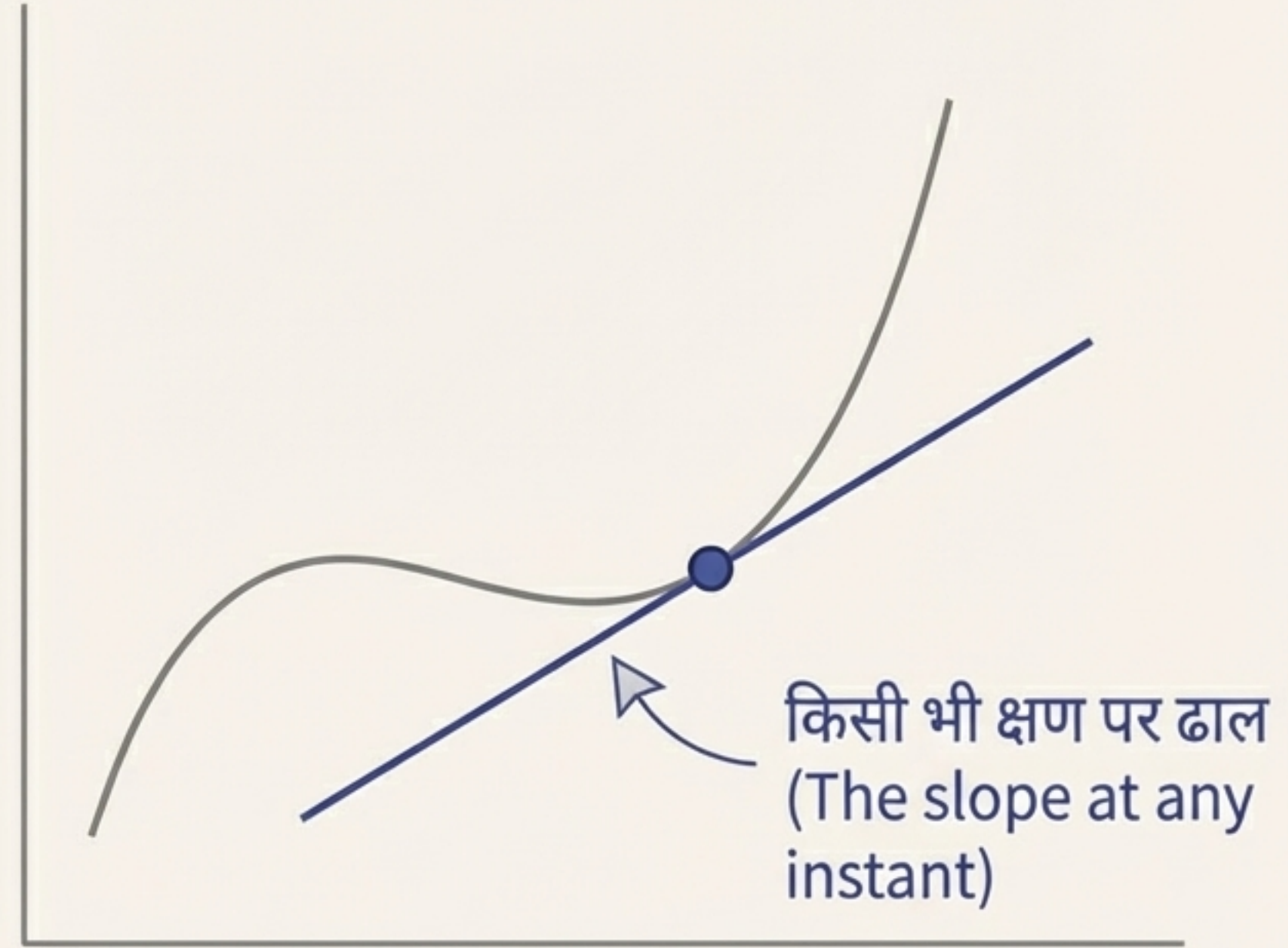
मुख्य संबंध (Key Relationships)

तात्क्षणिक वेग (Instantaneous Velocity)

स्थिति का समय के सापेक्ष अवकलन। $v = dx/dt$

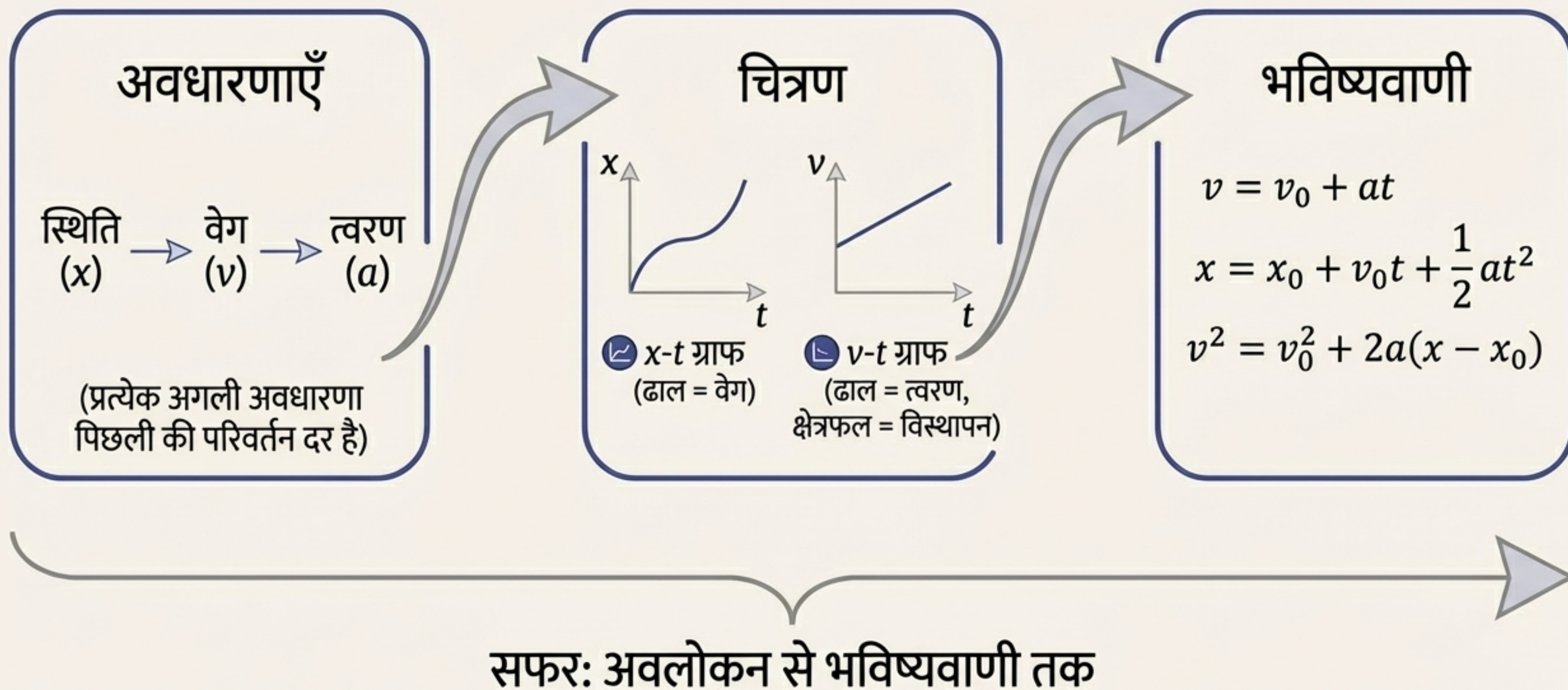
तात्क्षणिक त्वरण (Instantaneous Acceleration)

वेग का समय के सापेक्ष अवकलन। $a = dv/dt$



यह गति की कहानी का अगला अध्याय है, जो अधिक जटिल गति का विश्लेषण करने के द्वार खोलता है।

गति की पूरी कहानी: एक नज़र में



मुख्य बातें

- **विस्थापन** एक सदिश राशि है (आरंभिक और अंतिम स्थिति के बीच की न्यूनतम दूरी), जबकि **दूरी** एक अदिश राशि है (पथ की कुल लंबाई)।
- **वेग** विस्थापन की दर है; **चाल** दूरी की दर है।
- **त्वरण** वेग में परिवर्तन की दर है।
- **स्थिति-समय** ($x-t$) ग्राफ़ का ढाल वेग देता है।
- **वेग-समय** ($v-t$) ग्राफ़ का ढाल त्वरण देता है, और इसके अंतर्गत आने वाला क्षेत्रफल विस्थापन बताता है।
- एकसमान त्वरण के लिए, गति को तीन मुख्य समीकरणों द्वारा वर्णित किया जा सकता है जो स्थिति, वेग, त्वरण और समय को जोड़ते हैं।



अंतिम विचार

"आज हमने जिन सिद्धांतों का अध्ययन किया है, वे गैलीलियो गैलीली जैसे विचारकों के काम पर बने हैं, जिन्होंने सबसे पहले गिरती हुई वस्तुओं के नियमों को व्यवस्थित रूप से प्रतिपादित किया।"

"गति को समझना भौतिकी की नींव है, जो हमें अपने चारों ओर के ब्रह्मांड को समझने की शक्ति देती है।"

धन्यवाद